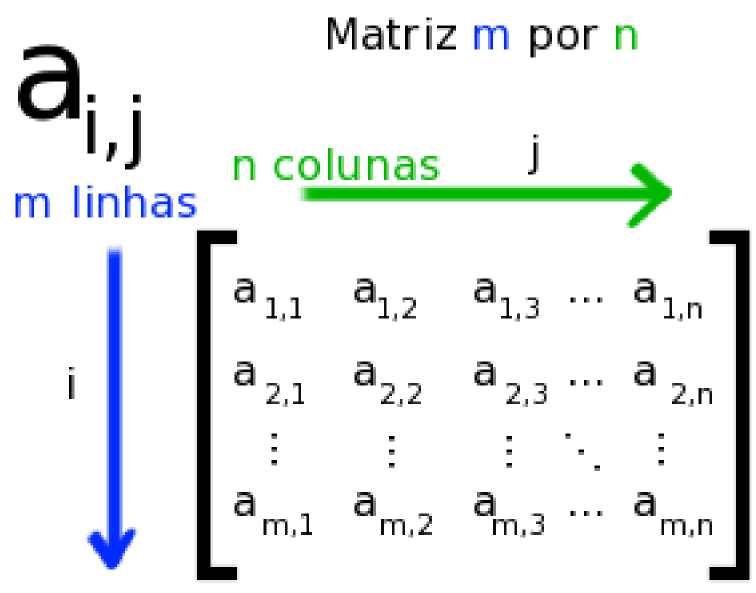
Matrizes

Gustavo Rita

DEFINIÇÃO

Exemplo de Matriz

- Uma matriz é uma tabela onde são ordenados números reais em linhas e colunas



Elementos

- Cada um de seus elementos é dito A_{ij} onde i representa a linha do elemento, e j a sua coluna (A. *inha* e *joruna*)
- Uma matriz m x n (m: linhas; n: colunas) pode ser assim representada:

$$M = (a_{ij})_{m \times n}$$

TIPOS DE MATRIZES PROPRIEDADES

Matriz Linha

- Matriz que só possui uma linha

$$\begin{bmatrix} 0 & 9 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

Matriz Coluna

- Matriz que só possui uma coluna

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Matriz Nula

- Matriz em que todos os seus elementos são nulos

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

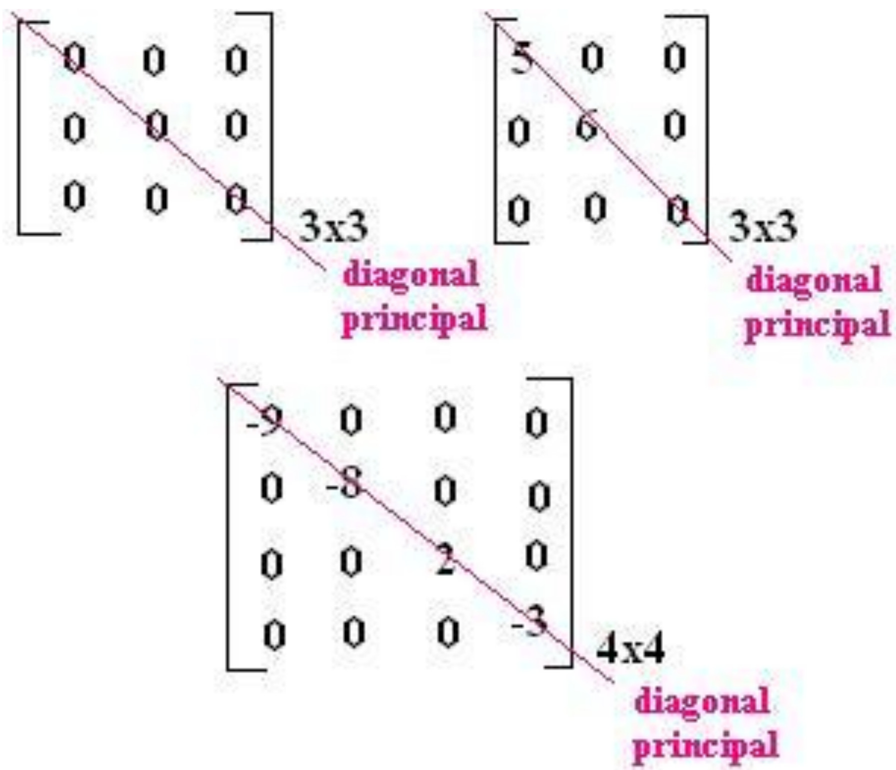
Matriz Quadrada

- Matriz que possui o mesmo número de linhas e de colunas (m = n)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

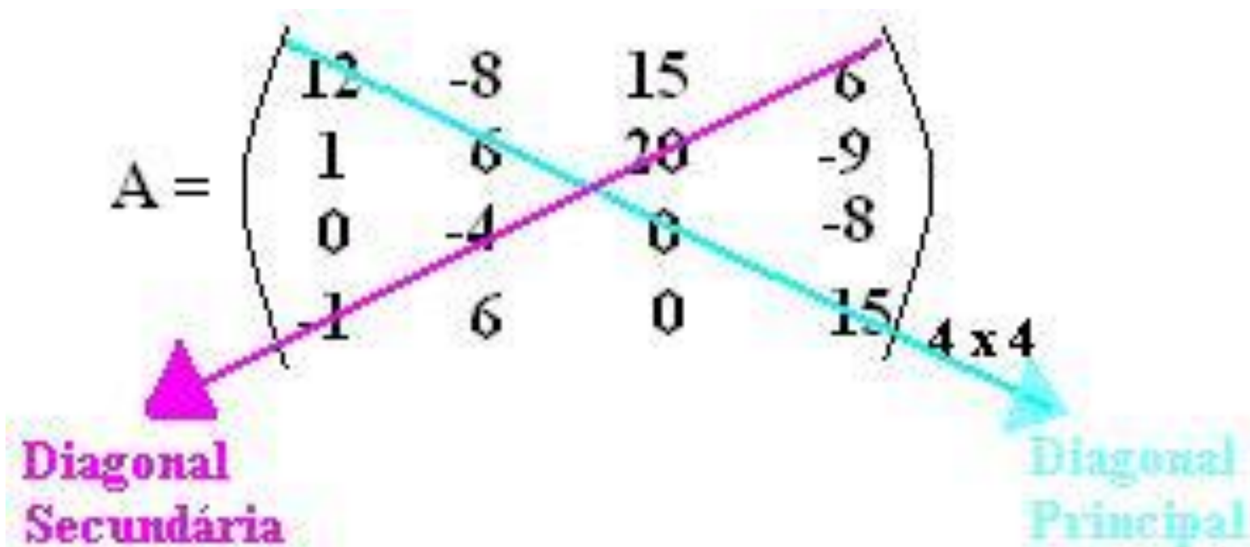
Diagonal Principal de uma Matriz Quadrada

- É o conjunto dos termos onde $i = j$
- Temos por definição: $\{A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{nn}\}$



Diagonal Secundária de uma Matriz Quadrada

- É o conjunto dos termos em que $i + j = n + 1$



Matriz Identidade

- É a Matriz Quadrada em que todos os elementos da diagonal principal são 1 e todos os outros nulos

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transposta de uma Matriz

- A transposta de uma Matriz é quando suas linhas são transformadas em colunas e vice e versa
- A transposta de uma Matriz M é simbolizada como M^t

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, \ M^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriz Diagonal

- Matriz em que todos os elementos fora da diagonal principal são nulos

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Igualdade entre Matrizes

- Diz-se que duas Matrizes são iguais quando qualquer elemento $A_{ij} = B_{ij}$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$$

Matriz Oposta

- Chama-se oposta toda a matriz em que seus elementos são opostos a de uma matriz A
- É simbolizada por -A

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 7 & 8 & -1 \end{bmatrix}$$

$$-A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ -4 & -7 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz Simétrica

- É toda matriz quadrada que é igual a sua transposta (possui simetria em relação a sua diagonal principal)

$$A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 7 & 4 & 6 \\ 9 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriz Antissimétrica

- É toda quadrada cuja transposta é igual a sua simétrica (antissimetria em relação a diagonal principal)

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 6 & -7 \\ 3 & 1 & -4 & -2 \\ -6 & 4 & 5 & 0 \\ 7 & 2 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

OPERAÇÕES COM MATRIZES

Adição

- Uma adição de Matrizes pode ser efetuada quando elas são do mesmo tipo (mesmo número de linhas e de colunas em ambas)
- A Matriz resultante conterá os elementos das mesmas posições de A e de B somados

Adição

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7+0 & 8+1 \\ 9+2 & 9+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$$

Subtração

- Uma Subtração de Matrizes pode ser efetuada quando elas são do mesmo tipo (mesmo número de linhas e de colunas em ambas)
- A Matriz resultante conterá os elementos das mesmas posições de A e de B subtraídos

Subtração

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 5 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -5 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Multiplicação por um número real

- Quando se multiplica um número real por uma matriz, todos os elementos da mesma são multiplicados por este número

$$3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 5 & -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 21 & 6 \\ 15 & -3 & -6 \end{bmatrix}$$

Multiplicação entre Matrizes

- Para se multiplicar qualquer Matriz A por B, o número de colunas de A deve ser o mesmo número de linhas de B
- A Matriz C resultante conterá o número de linhas de A e de colunas de B

Multiplicação entre Matrizes

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplicação entre Matrizes

- $C_{11} = (1.\,5) + (-3.\,0) = 5$
- $C_{12} = (1.\,1) + (-3.\,5) = -14$
- $C_{13} = (1.\,4) + (-3.\,0) = 4$
- $C_{21} = (7.\,5) + (-4.\,0) = 35$
- $C_{22} = (7.\,1) + (-4.\,5) = -13$
- $C_{23} = (7.\,4) + (-4.\,0) = 28$

Multiplicação entre Matrizes

$$C = \begin{bmatrix} 5 & -14 & 4 \\ 35 & -13 & 28 \end{bmatrix}$$